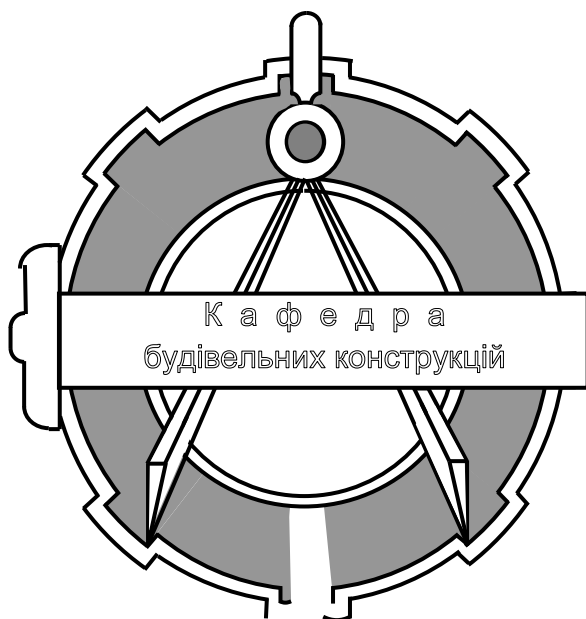


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

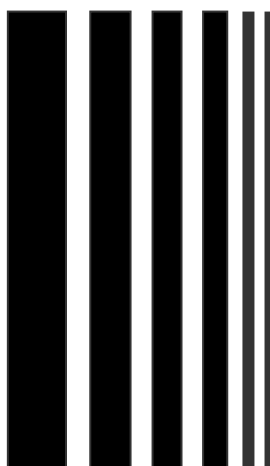
ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ІВАНА ПУЛЮЯ

---

---



## ПОБУДОВА ЛІНІЙ ПЕРЕТИНУ ПОВЕРХОНЬ



МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ТА ЗА-  
ВДАННЯ ДО ВИКОНАННЯ ГРА-  
ФІЧНИХ РОБІТ ДЛЯ  
СТУДЕНТІВ УСІХ ФОРМ  
НАВЧАННЯ З КУРСУ  
“ІНЖЕНЕРНА ТА  
КОМП’ЮТЕРНА ГРАФІКА”

---

---

Тернопіль  
2019

УДК 744+681.3  
П41

Укладач:

*Скиба О.П.*, канд. техн. наук, доцент,  
*Балабан С.М.*, канд. техн. наук, доцент,  
*Пік А.І.*, канд. техн. наук, доцент.

Рецензенти:

*Ляшук О.Л.*, докт. техн. наук, професор;  
*Дячун А.Є.*, канд. техн. наук, доцент.

Методичний посібник розглянуто й затверджено на засіданні  
методичного семінару кафедри будівельних конструкцій  
Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя.  
Протокол № 9 від 08 травня 2018 р.

Схвалено та рекомендовано до друку на засіданні методичної ради  
факультету по інженерії машин, споруд та технологій  
Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя.  
Протокол № 1 від 31 серпня 2018 р.

П41 Побудова ліній перетину поверхонь : методичні вказівки та завдання до вико-  
нання графічних робіт для студентів усіх форм навчання з курсу «Інженерна та  
комп'ютерна графіка» / Укладач: Скиба О.П., Балабан С.М., Пік А.І. – Тернопіль :  
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, 2019. – 20 с.

УДК 744+681.3

Відповідальна за випуск: канд. техн. наук, доцент *Скиба О.П.*

© Скиба О.П., Балабан С.М., Пік А.І., ..... 2019  
© Тернопільський національний технічний  
університет імені Івана Пулюя, ..... 2019

## ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

У процесі конструювання складних форм машинобудівних деталей або інженерних конструкцій виникає необхідність побудови ліній перетину простих форм, з яких утворюються дані складні форми. Лінією перетину, або переходу, називають лінію, спільну, для двох поверхонь, які перетинаються.

Для побудови проекцій лінії перетину достатньо побудувати проекції точок, спільних для даних двох поверхонь. Такою лінією може бути ламана або крива (плоска чи просторова) лінія. Загальний принцип побудови лінії взаємного перетину кривих поверхонь полягає в тому, що попередньо знаходять лінії перерізу заданих поверхонь з допоміжними січними поверхнями-“посередниками”. Вибір поверхні-“посередника” залежить від виду поверхонь, розміщення їх відносно площин проекцій і між собою.

Вибрані поверхні-“посередники” розміщують так, щоб лінії перерізу їх з даними поверхнями були прості (відрізки прямих ліній, кола). При розв’язуванні задач на знаходження проекцій лінії взаємного перетину поверхонь в якості поверхонь-“посередників” використовують площини або сфери. Поверхні-“посередники” перерізають кожен з заданих поверхонь по прямих або колах, спільні точки яких належать шуканій кривій. Повторюючи дану операцію можна визначити достатню кількість точок для побудови шуканої лінії.

Лінія перетину поверхонь має характерні (опорні) й довільні (проміжні) точки.

Характерні точки займають особливе положення на лінії перетину двох поверхонь або їх виділяють розміщенням відносно площини проекцій. До характерних точок відносять:

- 1) точки, проекції яких лежать на проекціях контурних ліній однієї з поверхонь або точки, що виділяють видиму частину лінії від невидимої;
- 2) ”крайні точки” – праві й ліві, найнижчі й найвищі, найближчі і найвіддаленні від площини проекцій.

Усі інші точки, що належать лінії взаємного перерізу двох поверхонь, називаються проміжними або довільними.

Будуючи лінії перетину двох поверхонь, найперше рекомендується визначити положення всіх характерних точок. Якщо вони точки на окремих ділянках не виявляють характеру кривої, то крім них будують проміжні точки, які підвищують точність побудови і допомагають з’ясувати характер лінії перетину.

У даних методичних вказівках розглянуто три приклади розв’язування задач на побудову проекцій ліній перетину двох поверхонь, відомих в літературі як методи паралельних січних площини, концентричних і ексцентричних сфер.

# 1. МЕТОД ПАРАЛЕЛЬНИХ СІЧНИХ ПЛОЩИН

Названий метод паралельних січних площин використовують у випадках, коли осі симетрії заданих поверхонь паралельні між собою й паралельні до однієї з площин проєкцій. Якщо друга умова не виконується, то необхідно, використавши метод заміни площин проєкцій, вибрати додаткову площину проєкцій, паралельну до даних осей симетрії.

**Умова задачі.** Побудувати проєкції лінії перетину прямого кругового конуса й напівсфери, основи яких паралельні до  $\Pi_1$ , а вісь конуса перпендикулярна до  $\Pi_1$ .

**Розв'язування.** В якості поверхонь-“посередників” використовуємо січні площини рівня, паралельні до  $\Pi_1$ . Такі площини перетинають поверхні конуса й напівсфери по колах, проєкції спільних точок яких визначають проєкції лінії перетину конуса й напівсфери.

Проєкції найнижчих точок **1** і **2** визначаємо як проєкції перетину основ заданих поверхонь (рис.1).

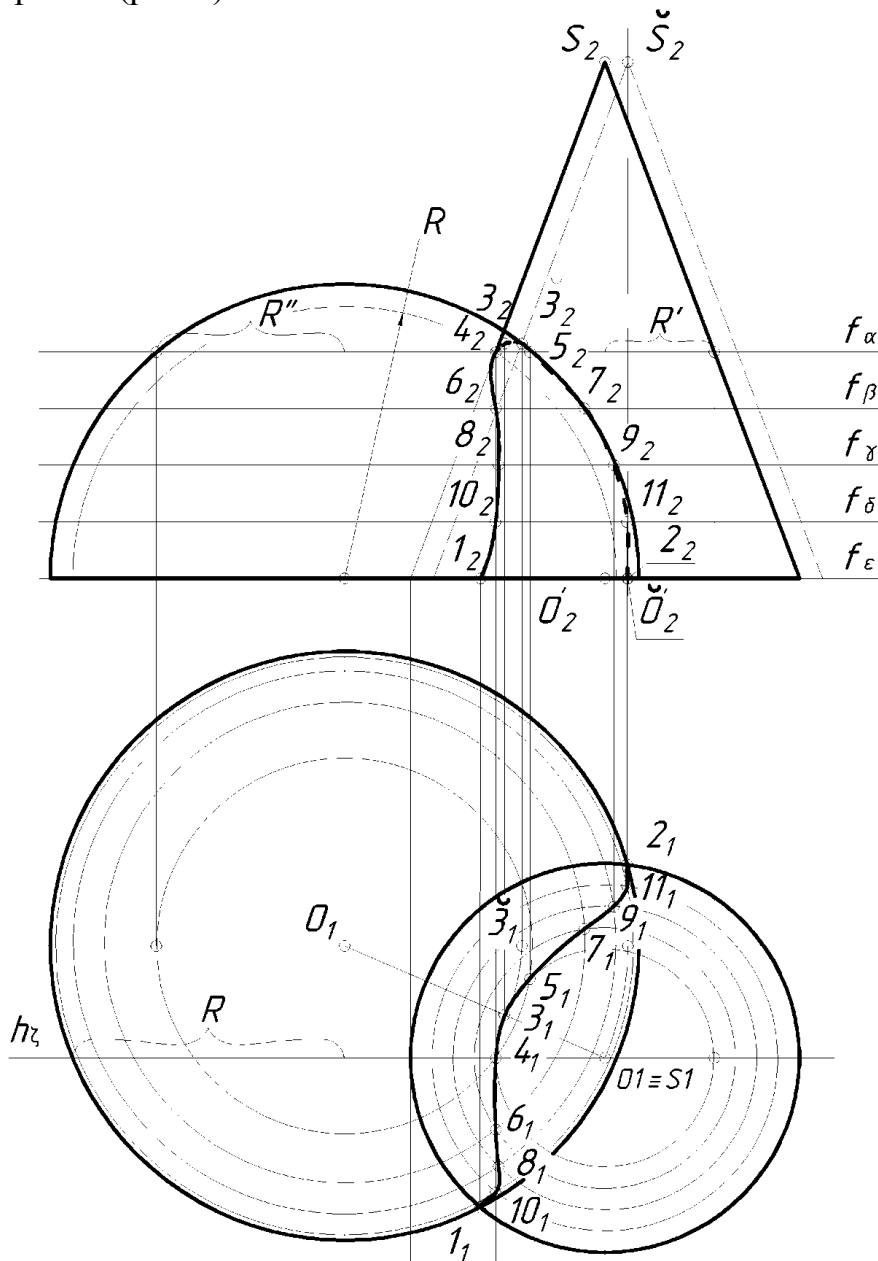


Рис. 1. Перетин напівсфери з конусом

Для визначення проекції найвищої точки кривої взаємного перетину конуса й півсфери виконуємо наступну побудову. Оскільки шукана найвища точка лежить у площині симетрії обох поверхонь, що проходить через осі заданих поверхонь обертання, виконуємо обертання цієї площини разом із січенням поверхонь навколо вертикальної осі півсфери до фронтального положення. Для цього сполучаємо  $O_1$  і  $O_1^1$  лінією й повертаємо  $O_1O_1^1$  навколо  $O_1$  у положення  $\overset{\circ}{O}_1^1$ . Прямим проектуванням будуємо  $\overset{\circ}{O}_2^1$ , викреслюємо контури переміщеного конуса. На перетині контура твірної переміщеного конуса з фронтальною проекцією обрису напівсфери знаходимо  $\overset{\circ}{Z}_2$ . Прямим проектуванням на  $\overset{\circ}{O}_1\overset{\circ}{O}_1^1$  знаходимо  $\overset{\circ}{Z}_1$ . Обертаючи точку  $\overset{\circ}{Z}_1$  до суміщення з  $O_1O_1^1$  знаходимо  $Z_1$ , прямим проектуванням визначаємо  $Z_2$ . Якщо, згідно з умовою задачі,  $O_1O_1^1$  займає горизонтальне положення, то обертання виконувати не потрібно.

Проекції проміжних точок отримуємо виконавши наступну побудову. На певній відстані від площини, яка проходить через основи заданих поверхонь, проводимо допоміжну січну площину  $\alpha$ , перпендикулярну до вертикальних осей симетрії. Площина  $\alpha(f_\alpha)$  перерізає конус по колу  $R^1$ , а напівсферу – по колу  $R^{11}$ . Горизонтальні проекції цих кіл перетинаються у точках  $4_1$  і  $5_1$ . Фронтальні проекції точок отримуємо прямим проектуванням на  $f_\alpha$ .

Аналогічно будуємо проекції необхідної кількості точок для побудови лінії перетину заданих поверхонь.

Для визначення меж видимості шуканої лінії перетину використовуємо фронтальну січну площину  $\zeta$ , горизонтальний слід  $h_\zeta$  якої співпадає з горизонтальною віссю симетрії конуса. Така січна площина перерізає півсферу по півколу радіусом  $R$ . Побудувавши фронтальну проекцію отриманого півкола, отримуємо фронтальну проекцію шуканої точки  $4_2$  в місці перетину півкола з контурною твірною конуса,  $4_1$  прямим проектуванням визначаємо  $4_2$  на  $h_\zeta$ .

Побудовані проекції точок сполучаємо кривою лінією з допомогою лекал.

## 2. МЕТОД КОНЦЕНТРИЧНИХ СФЕР

Даний метод можна використовувати у випадку, коли задані поверхні обертання розміщені так, що їхні осі симетрії перетинаються й паралельні до однієї з площин проекцій. Якщо ж осі симетрії займають загальне положення відносно вибраних площин проекцій, то для розв'язування задачі методом концентричних сфер необхідно, використовуючи способи перетворення проекцій, перетворити проекції даних поверхонь із загального в окреме положення.

Використання методу концентричних сфер ґрунтується на тому, що поверхня обертання, вісь якої проходить через центр сфери, перетинається зі сферою по колу. Якщо вісь симетрії даної поверхні обертання розміщена паралельно до однієї з площин проекцій, то кола, що перпендикулярні до неї, проектуються на цю площину проекцій у вигляді прямих ліній.

**Умова задачі.** Побудувати проєкції лінії перетину кругового конуса й циліндра, осі яких перетинаються й паралельні до  $\Pi_2$ .

**Розв'язування.** При розв'язуванні даної задачі за центр січних концентричних сфер приймаємо точку перетину осей конуса й циліндра  $O$ .

До характеристичних точок шуканої лінії перетину відносять найвищі точки **1** і **2**, найнижчі точки **3** і **4** та точки перегину кривих перетину **5** і **6** (рис.2).

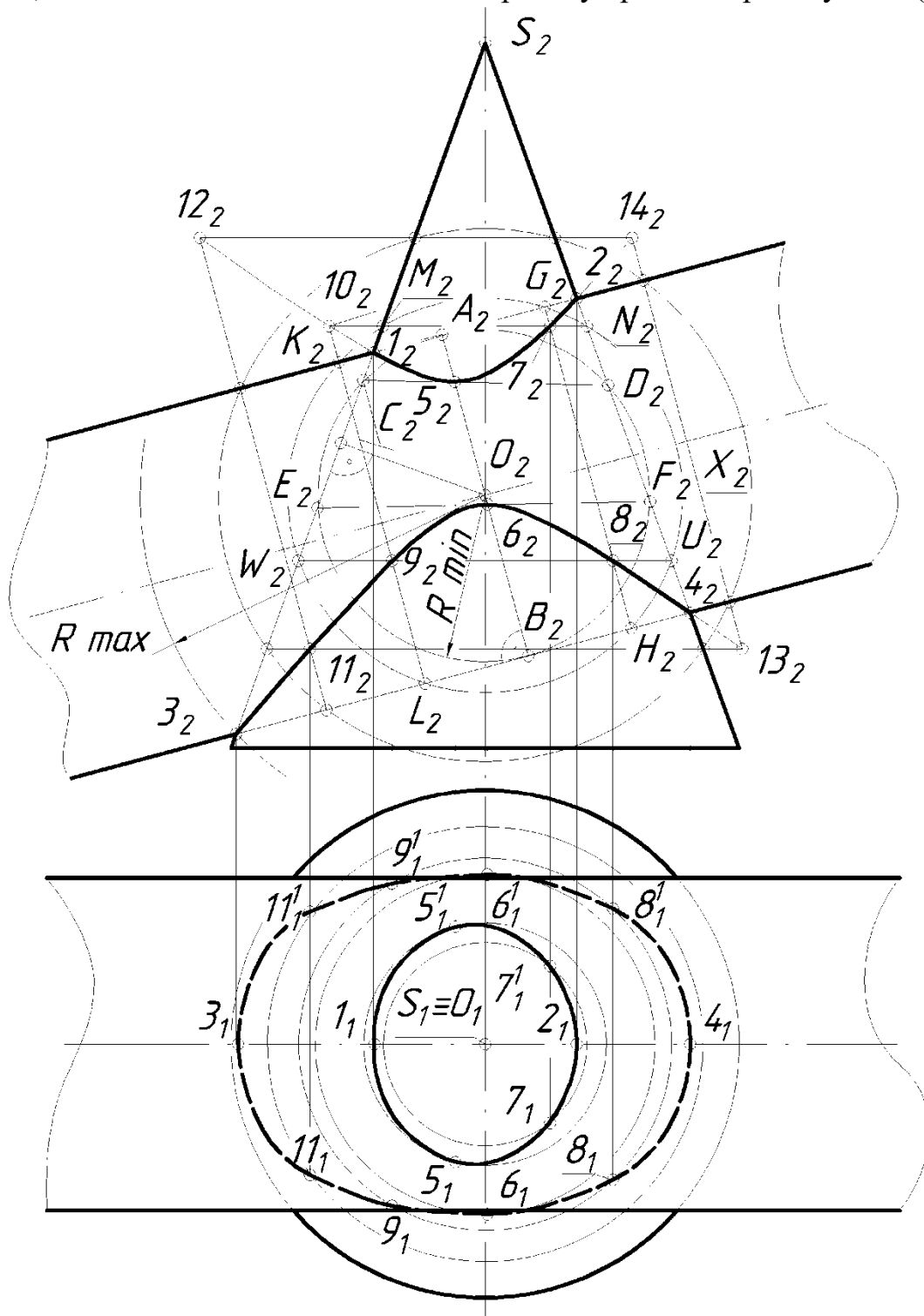


Рис. 2. Перетин циліндра з конусом

Фронтальні проекції точок **1, 2, 3, 4** знаходимо як фронтальні проекції точок перетину обрисових твірних заданих поверхонь обертання. Їх горизонтальні проекції будуюмо прямим проектуванням на горизонтальній осі симетрії циліндра.

Для побудови проекцій точок **5** і **6** визначаємо мінімальний радіус ефективної сфери. Для цього через **O<sub>2</sub>** проводимо перпендикуляри до обрисових твірних заданих поверхонь. Більший із побудованих перпендикулярів і буде **R<sub>min</sub>** ефективної найменшої сфери. Така сфера буде дотикатися до однієї з поверхонь по колу діаметром **AB**, а з другою поверхнею буде перетинатися по колах діаметрами **CDiEF**.

У нашому випадку мінімальна ефективна сфера дотикається до поверхні циліндра й перетинає поверхню конуса. Кола діаметрами **CDiEF** перетинаються з колом діаметром **AB** і утворюють точки **5** і **6**. Порядок побудови фронтальних проекцій даних точок зображено на рис. 2. Проводимо фронтальну проекцію ефективної найменшої сфери, яка дотикається до поверхні циліндра по колу, фронтальною проекцією якого є відрізок **A<sub>2</sub>B<sub>2</sub>** і перетинає поверхню конуса по колах, фронтальними проекціями яких є відрізки **C<sub>2</sub>D<sub>2</sub>** і **E<sub>2</sub>F<sub>2</sub>**. При перетині **A<sub>2</sub>B<sub>2</sub>** і **C<sub>2</sub>D<sub>2</sub>** отримуємо **5<sub>2</sub>**, при перетині **A<sub>2</sub>B<sub>2</sub>** і **E<sub>2</sub>F<sub>2</sub>** — **6<sub>2</sub>**.

Для подальшої побудови визначаємо **R<sub>max</sub>** — радіус найбільшої ефективної сфери як вістань від центра сфер **O<sub>2</sub>** до найвіддаленішої точки перетину обрисових твірних. Згідно з умовами нашої задачі **R<sub>max</sub> = O<sub>2</sub>Z<sub>2</sub>**. Найменша і найбільша ефективні сфери є граничними при виборі проміжних сфер.

Для побудови положень проміжних точок проводимо довільну сферу з центром у точці **O** і радіусом **R<sub>min</sub> < r < R<sub>max</sub>**. Така сфера перерізає поверхню циліндра по колах діаметрами **KLiGH**, а поверхню конуса — по колах діаметрами **MN** і **WU**. Точки перетину цих кіл і є шуканими точками **7, 8, 9, 10**. Аналогічно будуюмо проекції необхідної кількості проміжних точок.

Будуючи горизонтальну проекцію лінії взаємного перетину заданих поверхонь обертання використовуємо відому побудову, яка дозволяє за відомою фронтальною проекцією точки, що лежить на одній з поверхонь обертання, визначити її горизонтальне положення. Для побудови горизонтальної проекції точки **5** будуюмо горизонтальну проекцію кола **CDi**, провівши вертикальну лінію проекційного зв'язку через **5<sub>2</sub>** до перетину з нею, отримуємо **5<sub>1</sub>** і **5<sup>1</sup><sub>1</sub>**. Аналогічно отримуємо горизонтальні проекції всіх необхідних точок.

З'єднаємо побудовані проекції характерних і проміжних точок плавними кривими лініями й отримуємо шукані проекції лінії взаємного перетину заданих тіл обертання.

## ЗМІСТ ЗАВДАНЬ І ПРИКЛАДИ ЇХ ВИКОНАННЯ

Варіантом індивідуального завдання є номер рисунка у відповідному додатку, який співпадає з номером запису прізвища студента в журналі. Роботи, виконані за іншим варіантом, не будуть зараховані.

**Завдання 1.** За двома заданими проекціями поверхонь, які перетинаються, побудувати проекції ліній взаємного перетину, використовуючи метод паралельних січних площин.

Варіанти наведено у додатку А, приклад виконання—у додатку Г.

**Завдання 2.** За двома заданими проекціями поверхонь обертання, які перетинаються, побудувати проекції ліній взаємного перетину використовуючи, метод концентричних сфер.

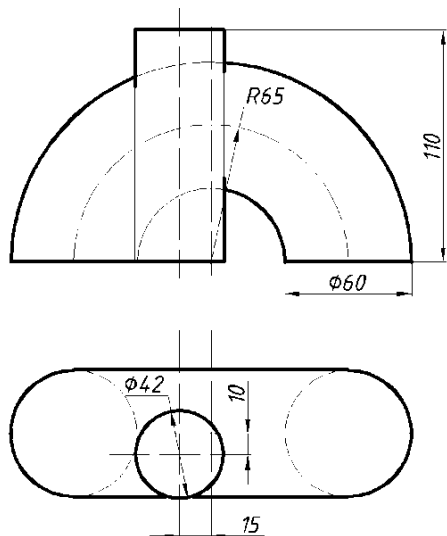
Варіанти наведено у додатку Б, приклад виконання – у додатку Г.

## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

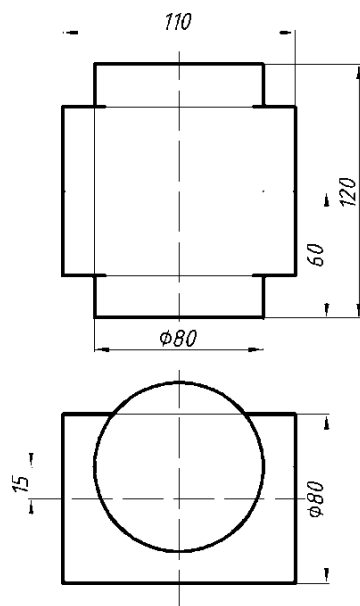
1. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии.— М.: Наука, 1988. – 248 с.
2. Посвянский А.Д. Краткий курс начертательной геометрии. – М.: Высшая школа, 1970. – 240 с.
3. Михайленко В.Є., Євстаф'єв М.Ф., Ковальов О.М., Кашенко О.В. Нарисна геометрія. – К.: Вища школа, 1993. – 221 с.
4. Михайленко В.Є., Ванін В.В., Ковальов С.М. Інженерна та комп'ютерна графіка. – К.: Каравела, 2003. – 340 с.



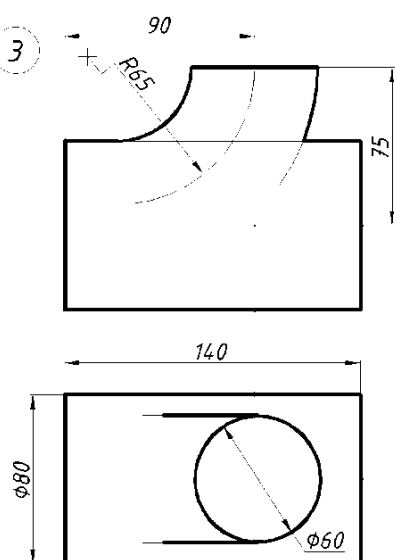
1



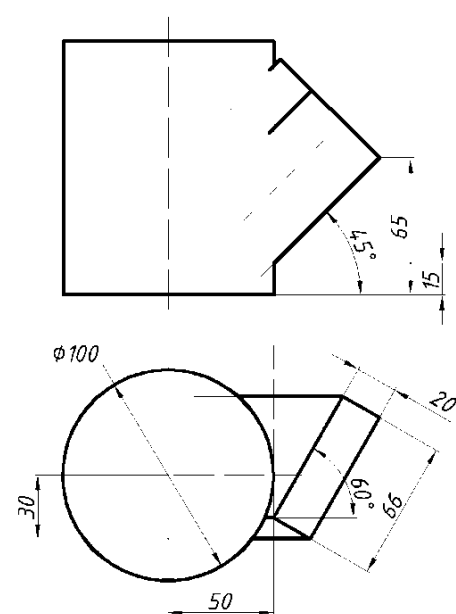
2



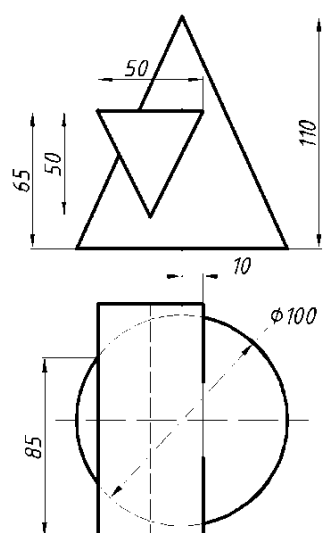
3



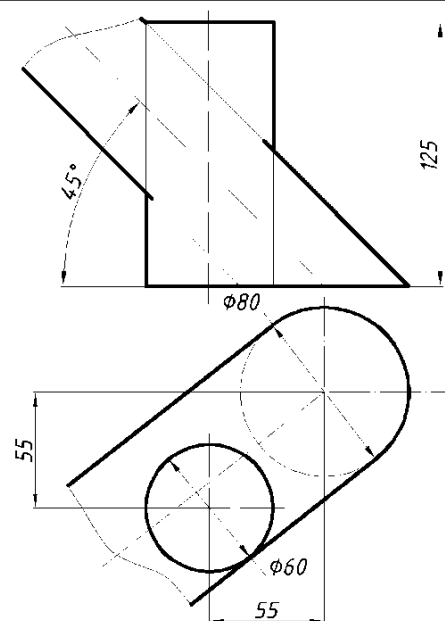
4



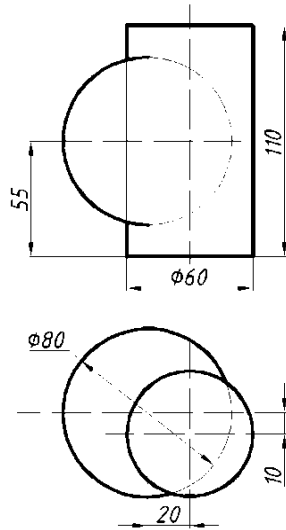
5



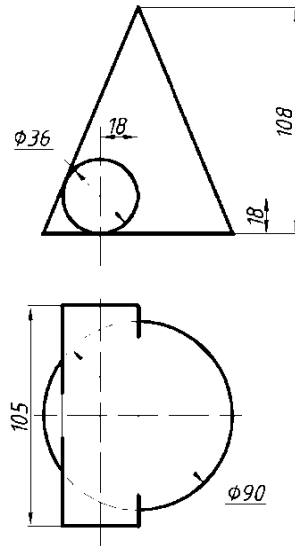
6



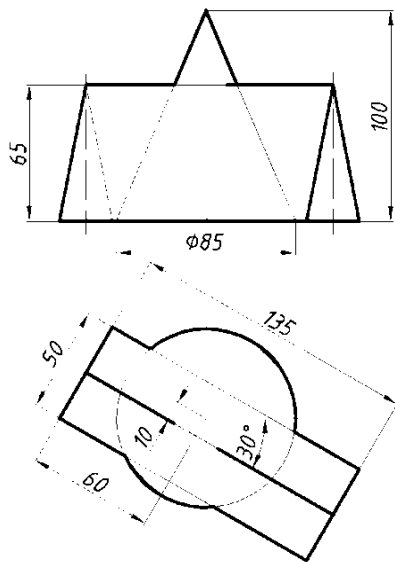
7



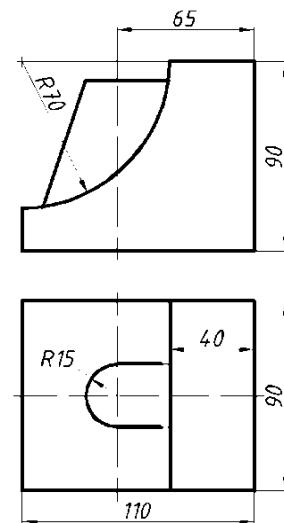
8



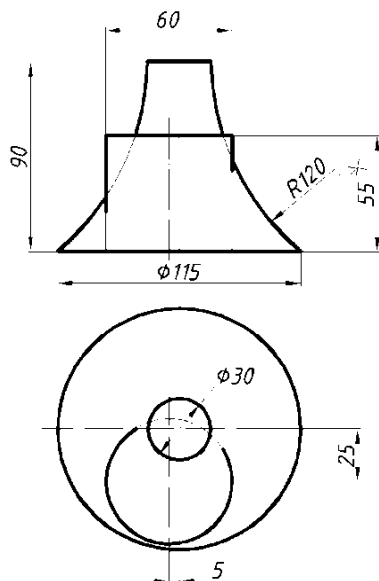
9



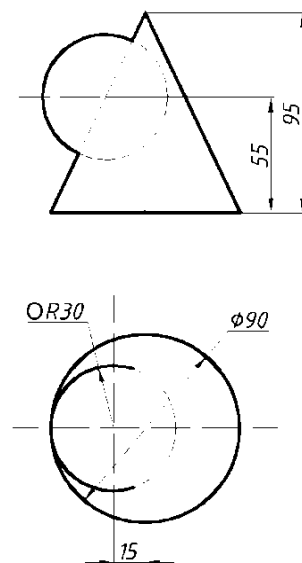
10



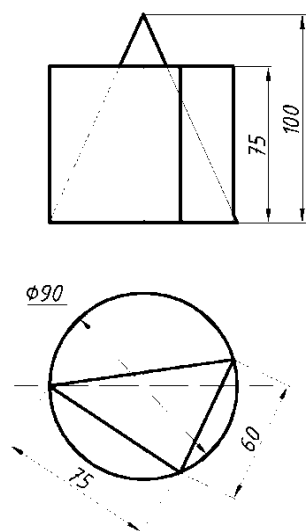
11



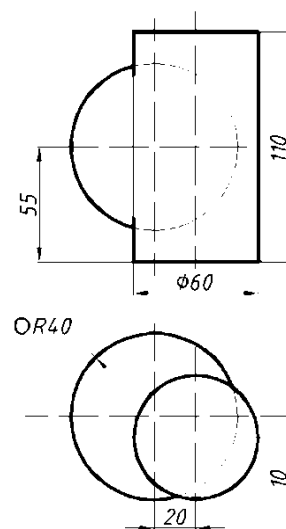
12



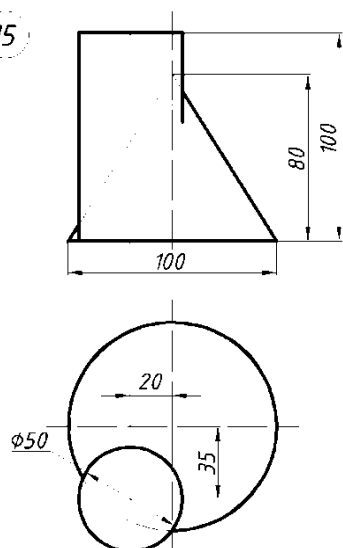
13



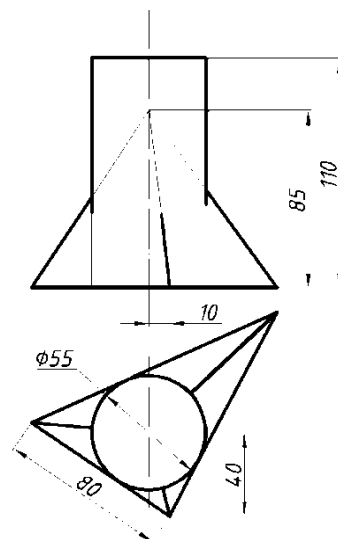
14



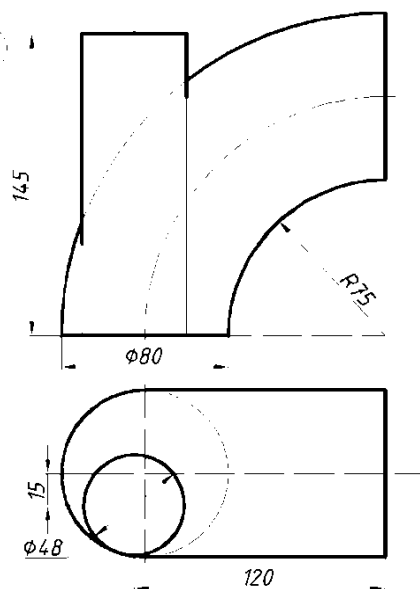
15



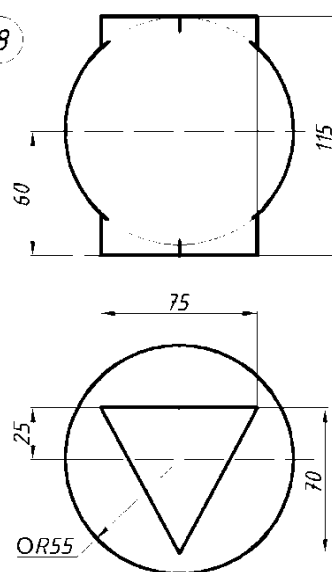
16

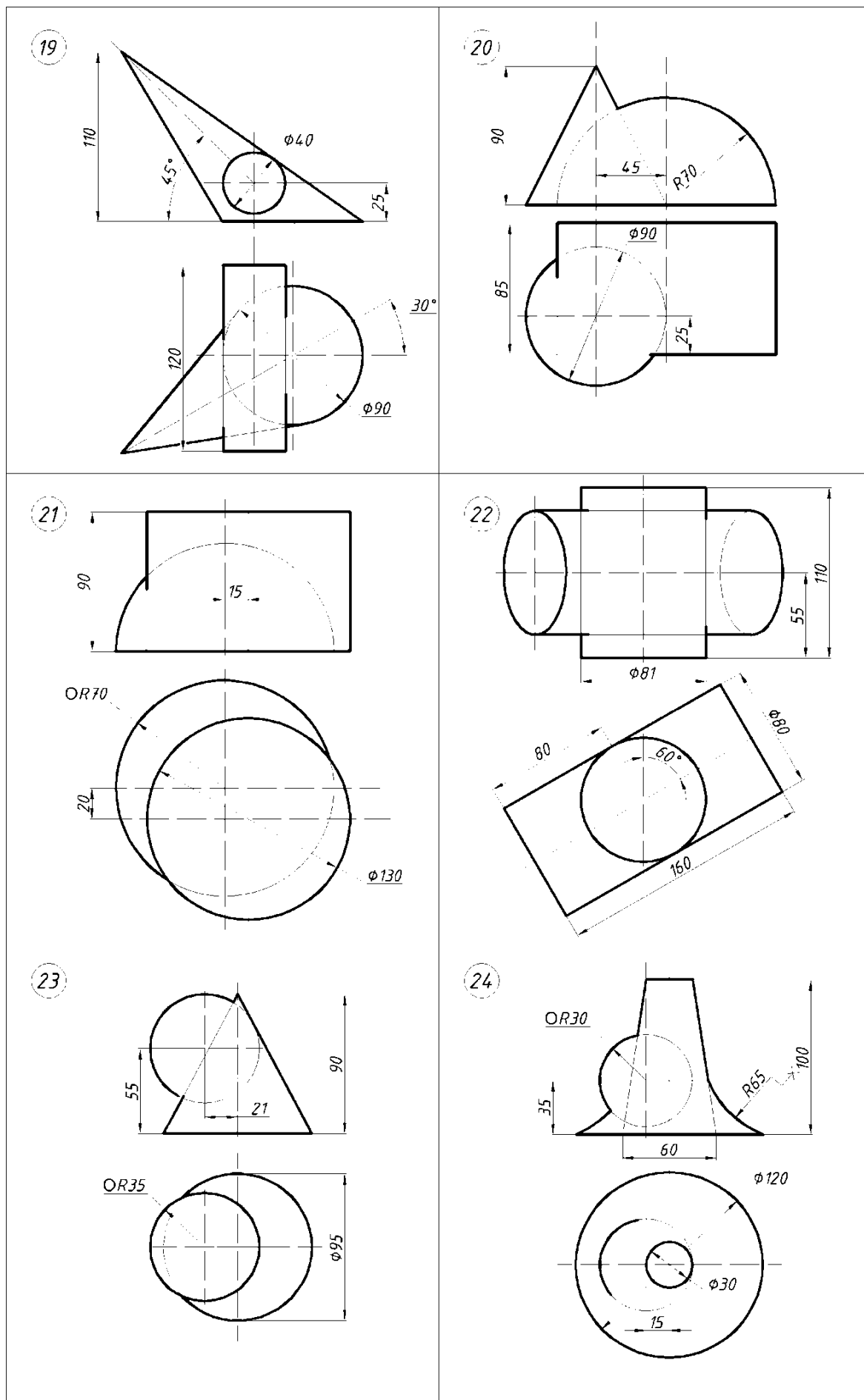


17

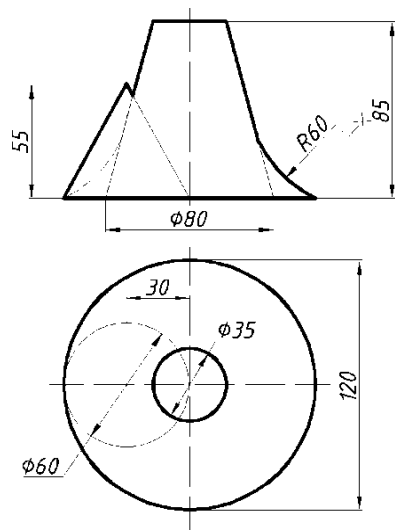


18

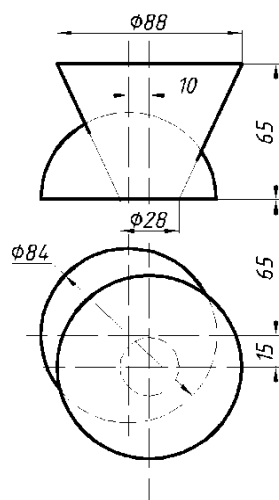




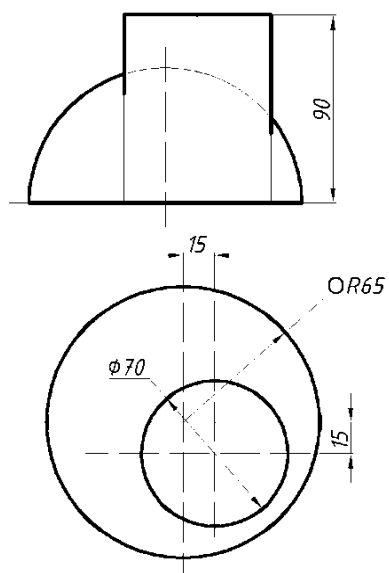
25



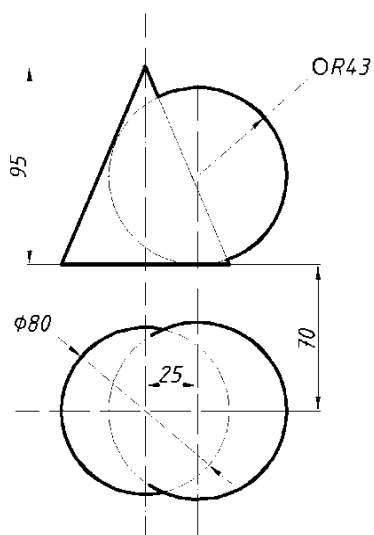
26



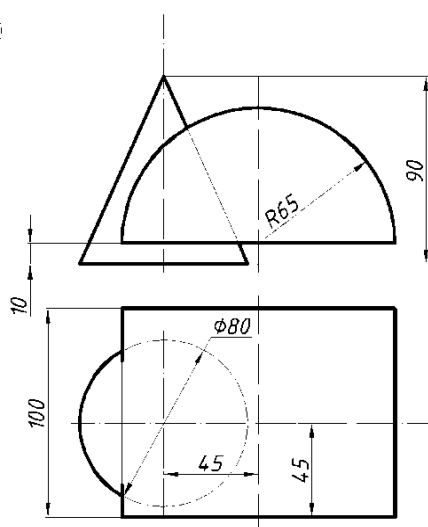
27



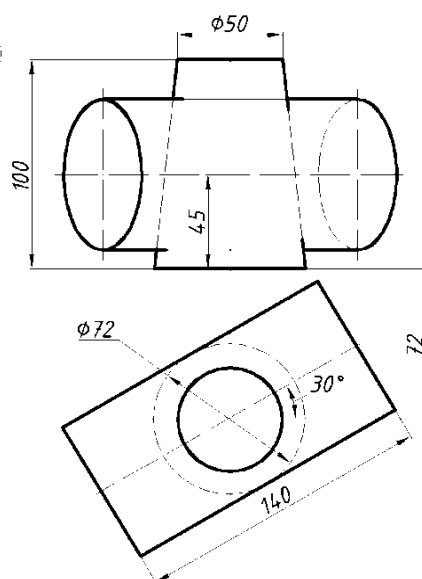
28



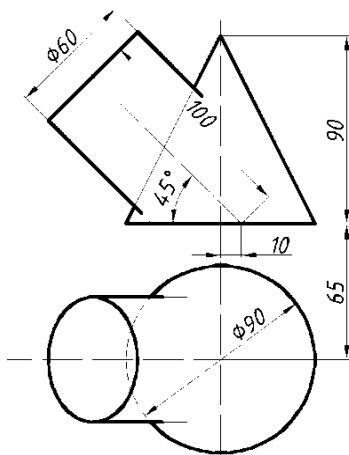
29



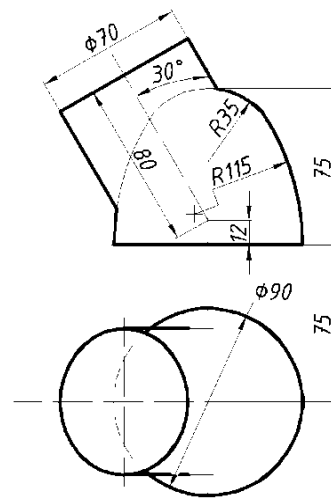
30



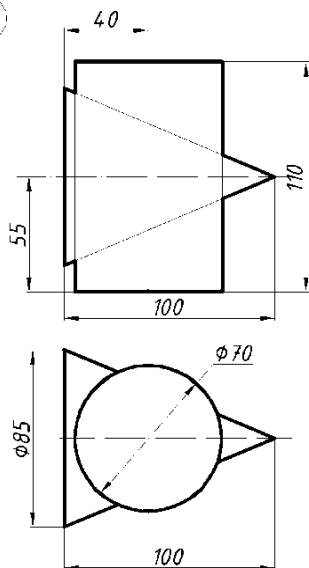
1



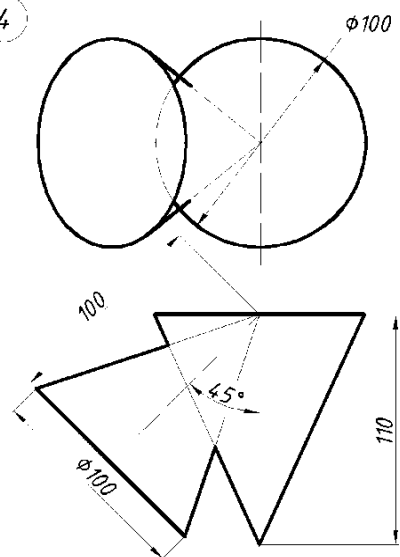
2



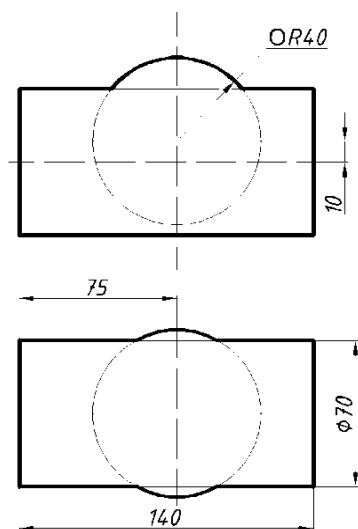
3



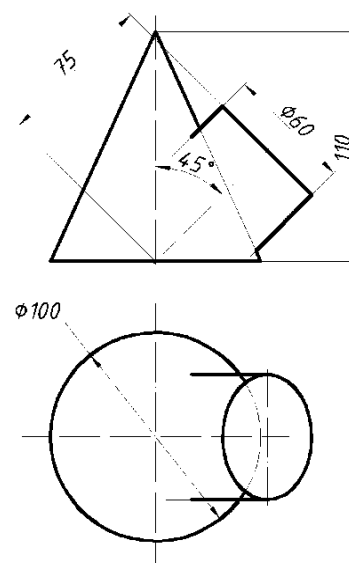
4



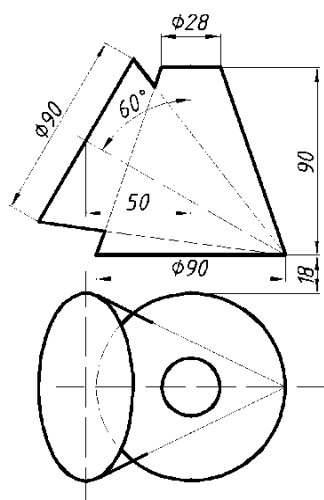
5



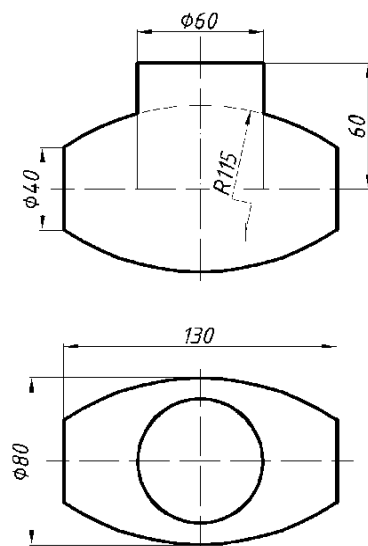
6



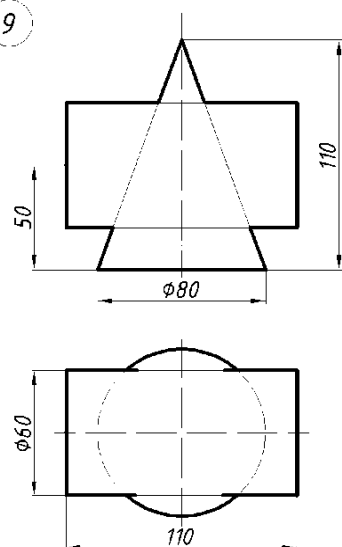
7



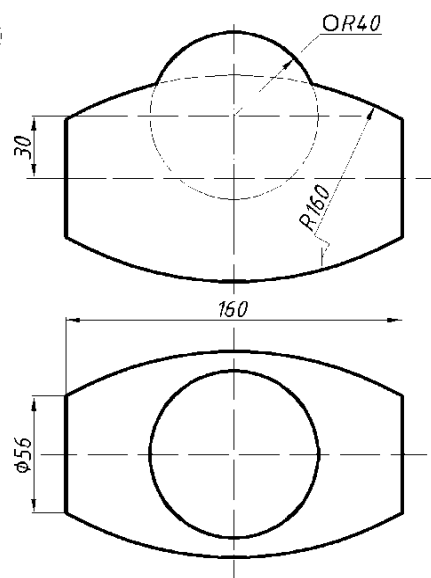
8



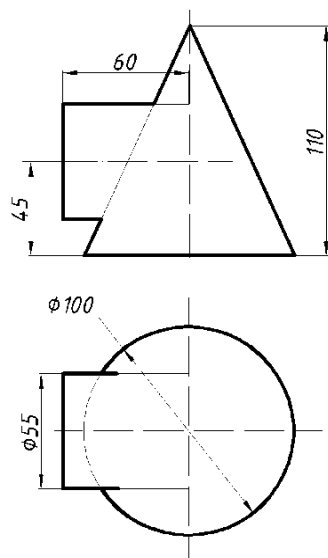
9



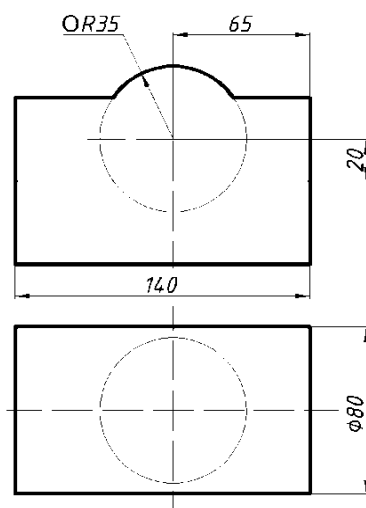
10



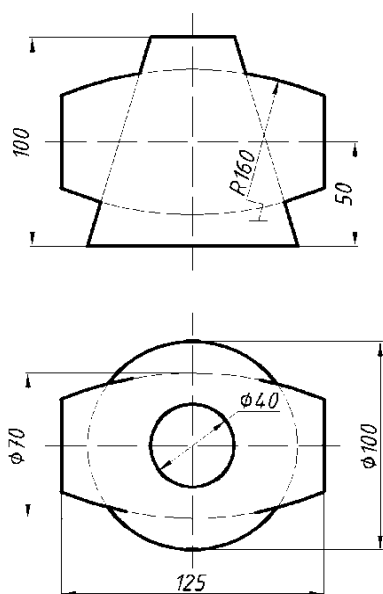
11



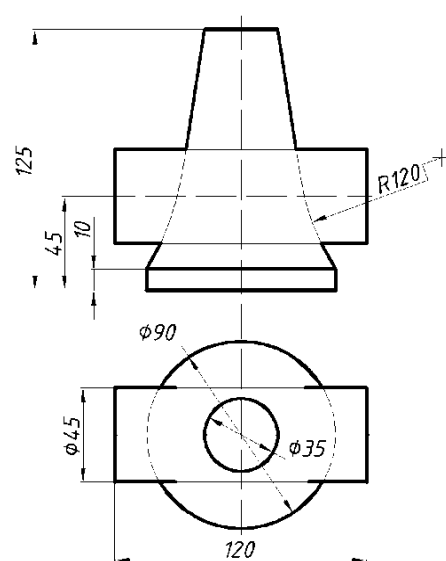
12



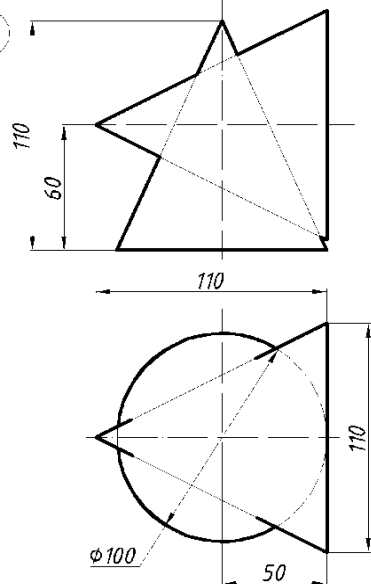
13



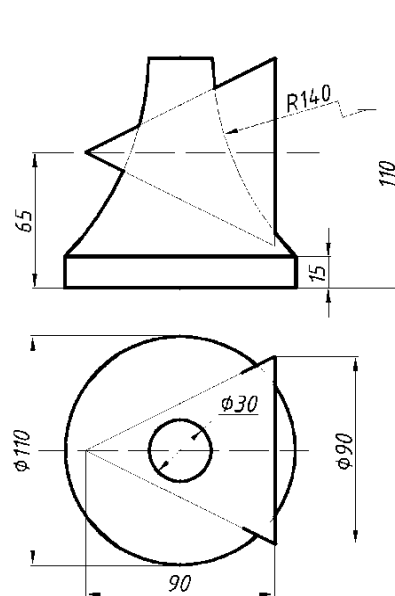
14



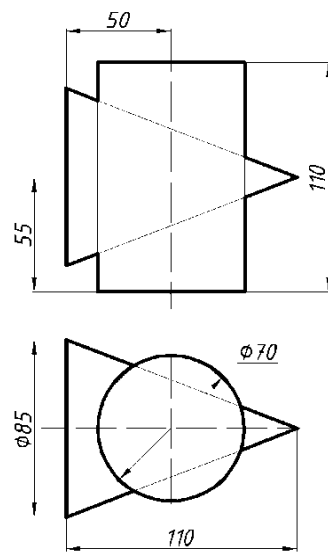
15



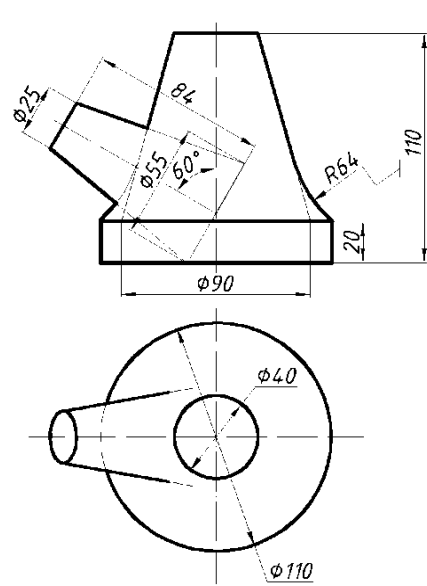
16



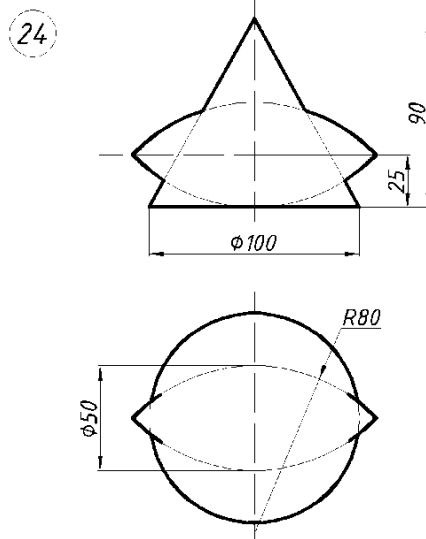
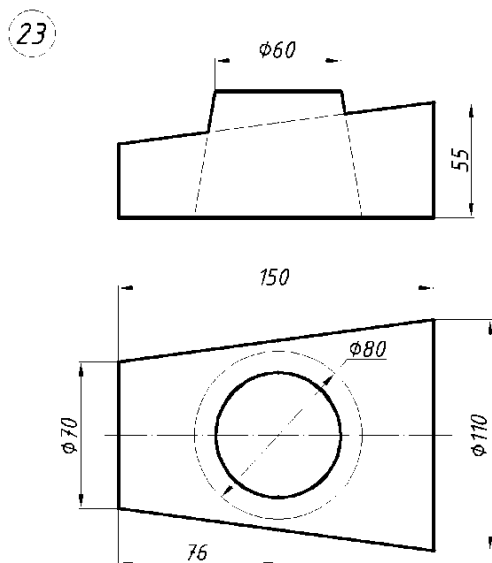
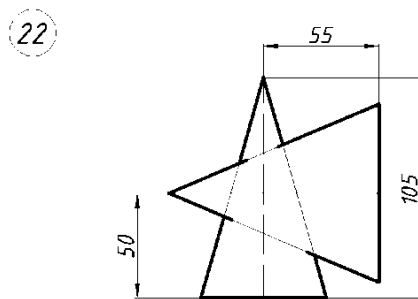
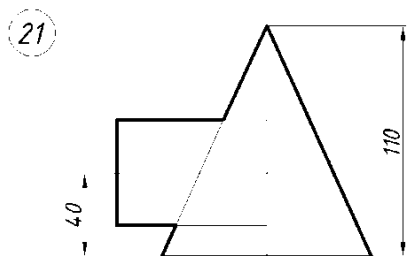
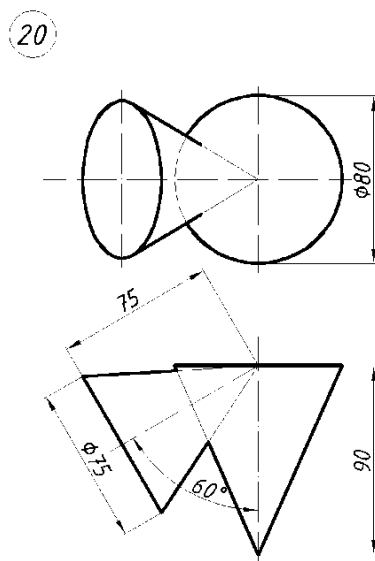
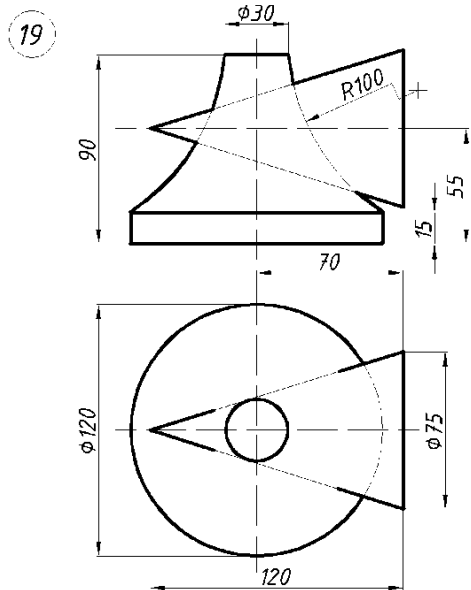
17

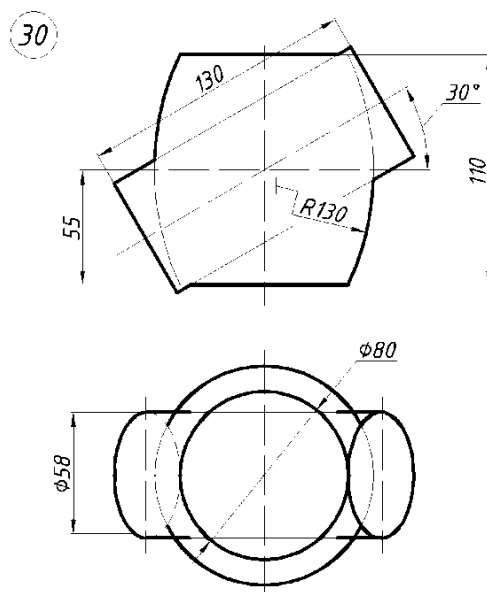
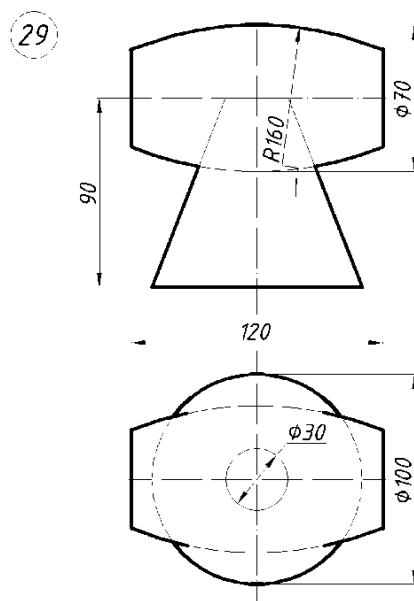
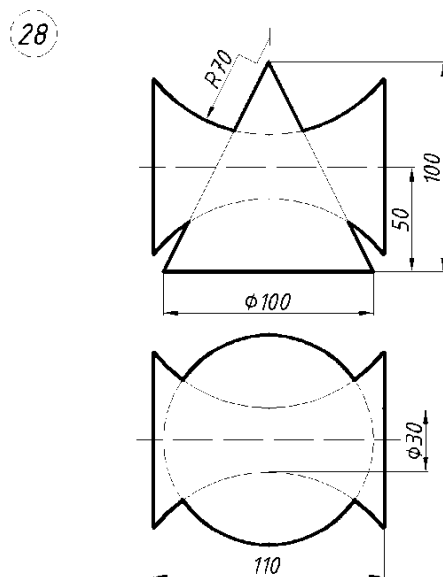
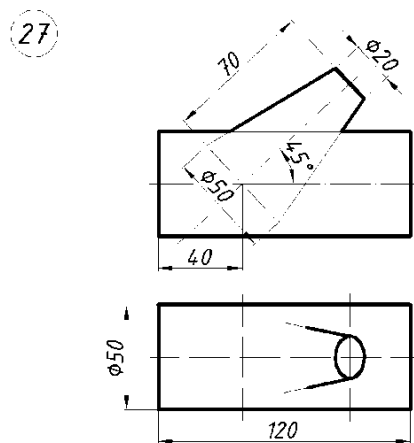
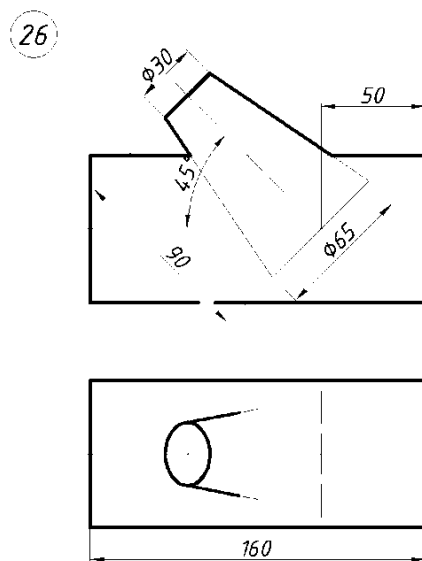
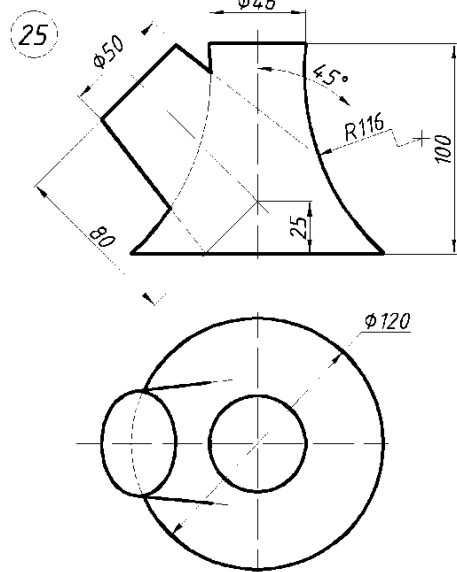


18

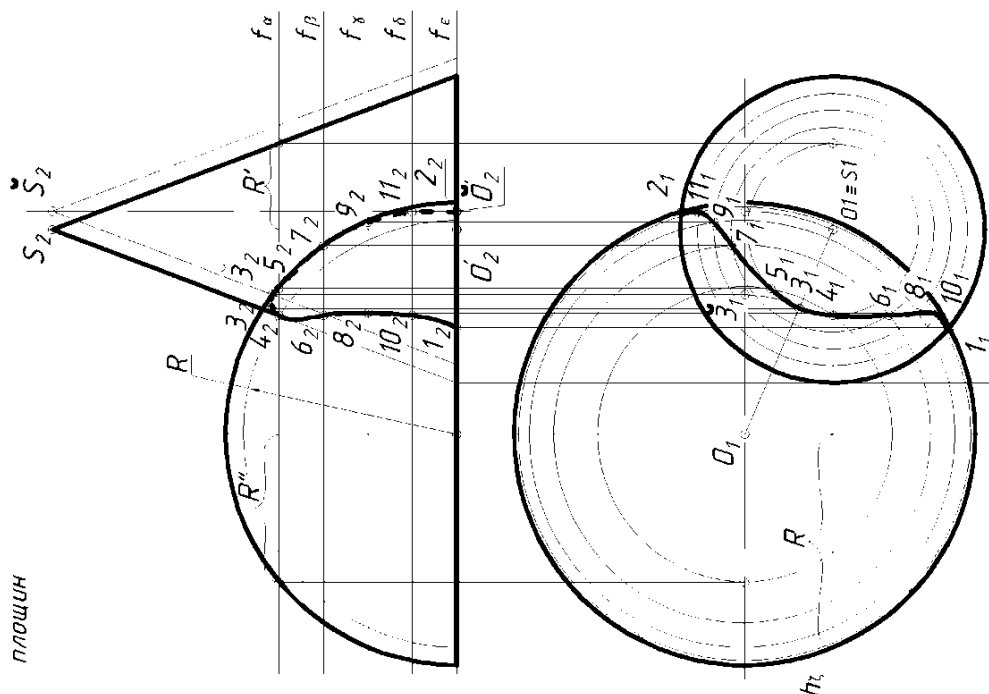






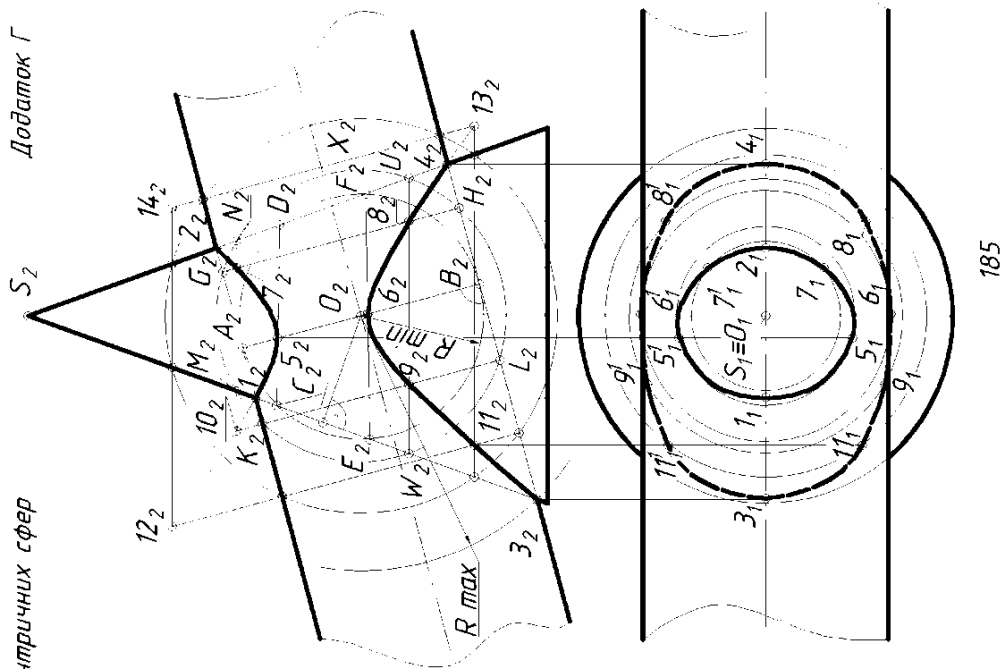


а) Метод паралельних січних площин



б) Метод концентричних сфер

Додаток Г



30	30	15	185	30	30
25	8	8	8	8	8
ГДТУ	гр. КТ-11	Переріз піраміди площиною	М 2:1		
Креслив	Сидорук В. М. 14.03.00	Розгортка			
Перевірю		Експерт 4			

## **ЗМІСТ**

Загальні відомості .....	<b>3</b>
1. Метод паралельних січних площин .....	<b>4</b>
2. Метод концентричних сфер .....	<b>5</b>
Зміст завдань і приклади їх виконання .....	<b>8</b>
Рекомендована література .....	<b>8</b>
Додатки .....	<b>9</b>